

Урок №42

Тема: Обратные тригонометрические функции

Срок сдачи до 09.12.2023

Теоретическая часть:

Глоссарий по теме

Арксинус ($y = \arcsin x$) – это функция, обратная к синусу ($x = \sin y$).

Он имеет область определения $-1 \leq x \leq 1$ и множество значений $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$.

Арккосинус ($y = \arccos x$) – это функция, обратная к косинусу ($x = \cos y$). Он имеет область определения $-1 \leq x \leq 1$ и множество значений $0 \leq y \leq \pi$.

Арктангенс ($y = \arctg x$) – это функция, обратная к тангенсу ($x = \operatorname{tg} y$).

Он имеет область определения $-\infty < x < +\infty$ и множество значений $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$.

Арккотангенс ($y = \operatorname{arcctg} x$) – это функция, обратная к котангенсу ($x = \operatorname{ctg} y$). Он имеет область определения $-\infty < x < +\infty$ и множество значений $0 < y < \pi$.

Основная литература:

Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е. и др., под ред. Жижченко А.Б Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни) 11 кл. – М.: Просвещение, 2010.–336 с.

Теоретический материал для самостоятельного изучения

Актуализация знаний

Обратные тригонометрические функции решают задачу вычисления углов по известному значению тригонометрической функции. Например, косинус какого угла равен $\frac{1}{2}$? Первое, что хочется ответить, что это угол 60° или $\frac{\pi}{3}$, но вспомнив о периоде косинуса, понимаем, что углов, при которых косинус равен $\frac{1}{2}$, бесконечное множество. И такое множество значений углов, соответствующих данному значению тригонометрической

функции, будет наблюдаться и для синусов, тангенсов и котангенсов, т.к. все они обладают периодичностью. Для внесения точности для каждой из обратных тригонометрических функций диапазон углов, которые она возвращает, выбран свой, и мы их рассмотрим отдельно.

Объяснение нового материала

Рассмотрим свойства функции $y = \arcsin x$ и построим ее график.

Арксинус ($y = \arcsin x$) – это функция, обратная к синусу ($x = \sin y$).

Свойства	Функции $y = \arcsin x$
$E(f)$	$-1 \leq x \leq 1$
$D(f)$	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$
Чётность	Нечётная, т.к. $\arcsin(-x) = -\arcsin x$
Промежутки монотонности	Возрастающая

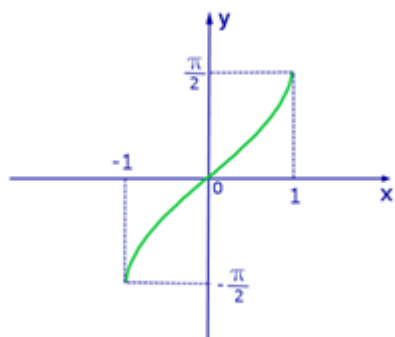


Рис.1 График функции $y = \arcsin x$

Рассмотрим свойства функции $y = \arccos x$ и построим ее график.

Арккосинус ($y = \arccos x$) – это функция, обратная к косинусу ($x = \cos y$).

Свойства	Функции $y = \arccos x$
$E(f)$	$-1 \leq x \leq 1$
$D(f)$	$0 \leq y \leq \pi$
Чётность	Ни чётная, ни нечётная

Промежутки монотонности	Убывающая
-------------------------	-----------

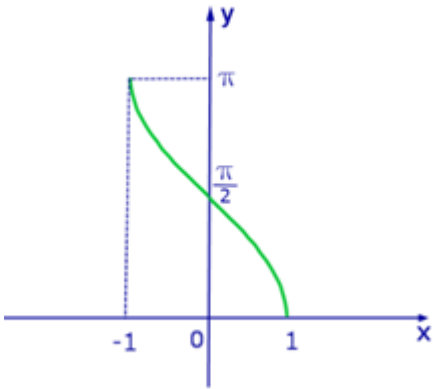


Рис.2 График функции $y = \arccos x$

Рассмотрим свойства функции $y = \operatorname{arctg} x$ и $y = \operatorname{arcctg} x$ и построим их графики.

Арктангенс ($y = \operatorname{arctg} x$) – это функция, обратная к тангенсу ($x = \operatorname{tg} y$).

Арккотангенс ($y = \operatorname{arcctg} x$) – это функция, обратная к котангенсу ($x = \operatorname{ctg} y$).

Свойства	$y = \operatorname{arctg} x$	$y = \operatorname{arcctg} x$
$E(f)$	\mathbb{R}	\mathbb{R}
$D(f)$	$(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$	$(0; \pi)$
Чётность	Нечётная	Нечётная
Промежутки монотонности	Возрастающая	Убывающая

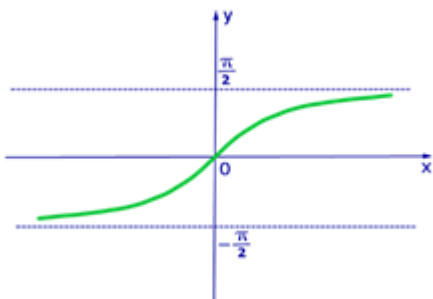


Рис.3 График функции $y = \operatorname{arctg} x$

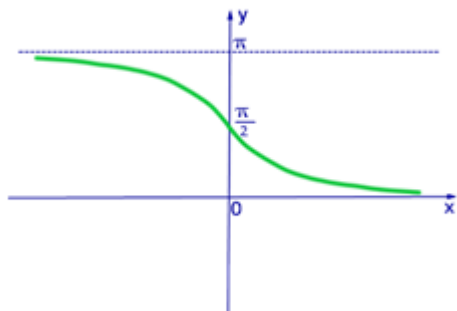


Рис.4 График функции $y = \text{arctg} x$

1. Составить конспект решенных заданий:

Пример 1.

Найдите значение выражения $\sin(\text{arctg}\sqrt{3})$

Обозначим $x = \text{arctg}\sqrt{3}$, по определению арктангенса получаем $x = 60^\circ$, т.е.

нам нужно найти $\sin \frac{\pi}{3}$

Ответ: $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Пример 2.

Решите неравенство $3\text{arcsin}2x < 1$

$$3\text{arcsin}2x < 1;$$

$$\text{arcsin}2x < \frac{1}{3};$$

$$\text{arcsin}2x < \text{arcsin}\left(\sin\frac{1}{3}\right);$$

$$\text{arcsin}2x < \text{arcsin}\left(\sin\frac{1}{3}\right).$$

Накладываем ограничения по свойствам арксинуса:

$$-1 \leq 2x < \sin\frac{1}{3};$$

$$-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}\sin\frac{1}{3}$$

Ответ: $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\sin\frac{1}{3}\right)$

2. Решить задачи: №121-123